

موشین حسابرهای رور:

محرم ایزدموسی



حتماً یک نرم‌افزار مناسب ماشین حساب، روی گوشی تلفن همراه یا رایانک یا رایانه خود دارید و هنگامی که با محاسبه سنگین روبه‌رو می‌شوید، به سراغ آن می‌روید.

حتماً به این نکته هم توجه دارید که نباید هر محاسبه‌ای را با ماشین حساب انجام دهید. به عبارت بهتر، نباید به ماشین حساب وابسته و متکی باشید. چون در این حالت توانایی ذهنی خود را تضعیف کرده‌اید. بنابراین سعی کنید، بخش‌های ساده‌تر محاسبه‌های ریاضی را به کمک ذهن خود انجام دهید و تنها برای اطمینان از محاسبه خود به سراغ ماشین حساب بروید. اما در این مطلب می‌خواهیم شما را در چند وضعیت بغرنج قرار دهیم تا ذهنتان را به کار بیندازید و توانایی‌های خود را افزایش دهید. اگر آماده‌اید شروع کنیم.

چه نتیجه‌ای از این محاسبه عایدمان می‌شود؟
 بله درست حدس زدید. $\sqrt{2}$ از $1/415$ کمتر است و اگر
 می‌خواهیم $\sqrt{2}$ را گرد کنیم بهتر است جذر ۲ را $1/41$ در
 نظر بگیریم.

● سعی کنید جذر ۲ را تا سه رقم اعشار با این ماشین حساب که
 جذر نمی‌گیرد، اما مربع هر عددی را حساب می‌کند، به‌دست
 آورید.

● جذر 10^6 را تا دو رقم بعد از اعشار با این ماشین حساب، پیدا
 کنید.

(برای انجام محاسبات از هر ماشین حسابی می‌توانید استفاده
 کنید. تنها شرط این است که از دکمه جذر ماشین حساب
 استفاده نکنید!)

۲. یک ماشین حساب داریم که تفاضل هر دو عددی را حساب
 می‌کند، اما نمی‌تواند جمع دو عدد را حساب کند. دکمه تفاضل
 به شکل $-$ است. به عنوان مثال، برای محاسبه $5-12$ باید
 ابتدا عدد ۱۲ را وارد کنید. بعد دکمه تفاضل را بزنید و بعد عدد
 ۵ را وارد کنید و در آخر دکمه $=$ را فشار دهید:

$$12 \quad - \quad 5 \quad =$$

حاصل تفاضل را روی صفحه ماشین حساب خواهید دید.

این ماشین حساب دو دکمه «پرانتر باز» () و «پرانتر بسته»
 () را هم دارد. سؤال اصلی این است که با چنین ماشین حسابی
 چگونه مجموع دو عدد را حساب کنیم. آیا ایده‌ای برای حل این
 مشکل دارید؟ کمی فکر کنید. بعد ادامه مطلب را بخوانید.

اما راه حل: با توجه به برابری $a - (0 - b) = a + b$ راه حل مشخص
 است. می‌توانید به ترتیب از چپ به راست مقادیر زیر را وارد
 کنید تا به حاصل $a + b$ برسید:

$$a \quad - \quad (\quad 0 \quad - \quad b \quad) \quad =$$

۳. چالش سوم شبیه مسئله قبلی است. حل آن را به خود شما
 می‌سپاریم و تنها به بیان مسئله می‌پردازیم: ماشین حسابی داریم
 که دکمه ضرب آن کار نمی‌کند. می‌خواهیم به کمک دکمه
 تقسیم \div و دکمه‌های پرانتر باز و پرانتر بسته حاصل ضرب
 دو عدد a و b را محاسبه کنیم. آیا ایده‌ای برای حل مسئله دارید؟
 چه شباهتی این مسئله (محاسبه ضرب به کمک تقسیم) با مسئله
 دوم (محاسبه جمع به کمک تفاضل) دارد؟

۱. ماشین حسابی داریم که نمی‌تواند جذر بگیرد. اما مجذور هر
 عدد را محاسبه می‌کند. چگونه می‌توانیم با آن جذر یک عدد را
 تا دو رقم اعشار محاسبه کنیم؟ برای مثال، می‌خواهیم جذر ۲،
 یعنی $\sqrt{2}$ را به دست آوریم. این کار را با روش سعی و خطا انجام
 می‌دهیم. فرض کنید دکمه مجذور به شکل \uparrow^2 باشد. ابتدا دو
 محاسبه زیر را انجام می‌دهیم:

$$1 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 4$$

نتیجه این دو محاسبه چیست؟

چون $1 < \sqrt{2} < 2$ در نتیجه $1^2 = 1 < (\sqrt{2})^2 = 2 < 2^2 = 4$
 حال با شروع از $1/1$ ، مجذورهای زیر را تا جایی که حاصل از ۲
 بیشتر شود ادامه می‌دهیم:

$$1/1 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1/21$$

$$1/2 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1/44$$

$$1/3 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1/69$$

$$1/4 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1/96$$

$$1/5 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 2/25$$

$$\Rightarrow 1/4 < \sqrt{2} < 1/5$$

تا اینجا محاسبه، مطمئن هستیم که جذر ۲ به شکل $1/4 \dots$
 خواهد بود. مجدداً با شروع از $1/41$ ، $1/42$ ، ... محاسبه مجذور را
 تا جایی ادامه می‌دهیم که حاصل از ۲ بیشتر شود:

$$1/41 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 1/9881$$

$$1/42 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 2/0164$$

$$\Rightarrow 1/41 < \sqrt{2} < 1/42$$

در نتیجه جذر ۲ عددی به شکل $1/41 \dots$ خواهد بود. اگر
 بخواهیم بفهمیم جذر ۲ به $1/41$ نزدیک‌تر است یا $1/42$ چه کار
 باید بکنیم؟

درست حدس زدید. بهتر است مجذور $1/415$ را محاسبه کنیم:

$$1/415 \rightarrow \uparrow^2 \rightarrow 2/002225$$

۵. ماشین حساب معیوبی داریم که دکمه ضرب آن، با گرفتن دو عدد a و b حاصل تفاضل مربعات آن‌ها را در خروجی ظاهر می‌کند؛ یعنی اگر a و b را به ترتیب زیر وارد کنیم خروجی $a^2 - b^2$ است:

$$a \quad \boxed{\times} \quad b \quad \boxed{=} \quad a^2 - b^2$$

به کمک این دکمه و دکمه‌های دیگر (جمع، تفاضل، تقسیم، پرانتز) چگونه حاصل ضرب دو عدد را حساب کنیم؟
راهنمایی: از دو اتحاد زیر استفاده کنید:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

قبل از خواندن ادامه مقاله، سعی کنید ایده‌ای برای حل مسئله پیدا کنید. اگر دو اتحاد را از هم کم کنید، چه رابطه‌ای خواهید داشت؟

راه حل اول: از دو اتحاد فوق به برابری زیر می‌رسیم

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

حدس می‌زنم با دیدن تساوی فوق، ایده‌ای برای حل مسئله پیدا کرده‌اید:

$$\boxed{(} \quad a \quad \boxed{+} \quad b \quad \boxed{)}$$

$$\boxed{\times} \quad \boxed{(} \quad a \quad \boxed{-} \quad \boxed{)}$$

$$b \quad \boxed{)} \quad \boxed{=} \quad 4ab$$

عدد حاصل را بر ۴ تقسیم می‌کنیم.

$$4ab \quad \boxed{\div} \quad 4 \quad \boxed{=} \quad ab$$

راه حل دوم: راه حل دوم شبیه راه حل قبلی است؛ اما می‌خواهیم کمی هم از ذهنمان در محاسبه کمک بگیریم. با توجه به برابری مذکور داریم:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$$

۴. ماشین حسابی داریم که کمی آب وارد مدار آن شده است و دکمه مجذور آن به جای آنکه مربع عدد a را در خروجی نمایش بدهد، حاصل $a(a+2)$ را نشان می‌دهد. برای مثال اگر عملیات زیر را انجام دهیم، خروجی ۴۸ خواهد بود:

$$6 \rightarrow \boxed{\uparrow^2} \rightarrow 48$$

چه راهی برای محاسبه مربع یک عدد توسط این ماشین حساب پیشنهاد می‌کنید؟

البته این ماشین حساب دکمه پرانتز هم ندارد و برای برخی محاسبات باید از ذهنتان هم کمک بگیرید. دو راه وجود دارد:
راه حل اول: کافی است دو برابر عدد را ذهنی حساب کنیم و از خروجی دکمه معیوب مربع، کم کنیم:

$$a \rightarrow \boxed{\uparrow^2} \rightarrow a(a+2)$$

$$= a^2 + 2a \quad \boxed{-} \quad 2a \quad \boxed{=}$$

راه حل دوم: از a ، یک واحد ذهنی کم کنید و $a-1$ را با این دکمه معیوب مربع کنید. حاصل هر چه بود به آن ۱ واحد ذهنی اضافه کنید. خروجی مربع a ، یعنی $2a$ خواهد بود. برای مثال

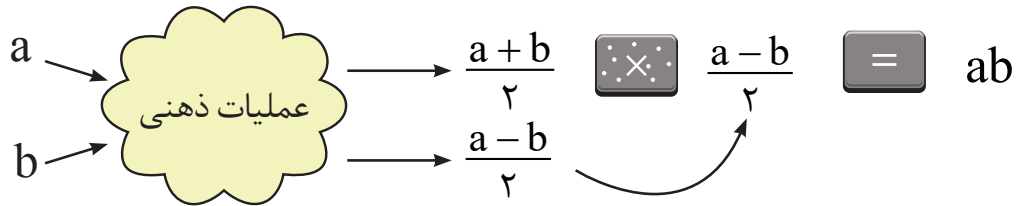
$$6 \rightarrow \begin{array}{c} \text{ذهنی یک واحد} \\ \text{کم می‌کنیم} \end{array} \rightarrow 5$$

$$5 \rightarrow \boxed{\uparrow^2} \rightarrow 5 \times 7 = 35$$

$$35 \rightarrow \begin{array}{c} \text{ذهنی یک واحد} \\ \text{اضافه می‌کنیم} \end{array} \rightarrow 36$$

اثبات درستی راه حل فوق را به شما می‌سپاریم.

پس می‌توان به شکل زیر عمل کرد:



۳-۷. اگر علی می‌خواست مجموع تمام عددهای طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ را حساب کند، چه راهی وجود داشت؟ سخن آخر اینکه خیلی وقت‌ها محدودیت‌ها به خلق ایده‌های جدید منجر می‌شوند. شما هم می‌توانید در ذهن خود ماشین حساب‌هایی معیوب تجسم کنید و مسئله‌های جدید طراحی کنید. راستی اگر از دکمه‌های ارقام ۰ تا ۹ در ماشین حساب تنها دکمه‌های ۱، ۲ و ۴ درست کار کنند، برای رسیدن به عددهای طبیعی ۱ تا ۲۰ (و حتی بزرگ‌تر) حداقل چند بار باید از این سه دکمه و دکمه‌های چهار عمل اصلی استفاده کنید؟ برای مثال، عدد ۲۰ را می‌شود با پنج دکمه بازسازی کرد: $4 \times 4 + 4$. سعی کنید بقیه عددهای ۱ تا ۱۹ را با کمترین تعداد دکمه به دست آورید.

۶. دکمه حاصل ضرب ماشین حساب بعدی که کمی چای روی آن ریخته‌! با دادن دو عدد a و b به عنوان ورودی، در خروجی مقدار $a + b + ab$ را نمایش می‌دهد؛ برای مثال:

$$5 \times 9 = 59$$

در واقع در خروجی حاصل $5 + 9 + 5 \times 9$ نمایش داده می‌شود. سعی کنید به کمک این دکمه و دکمه‌های سالم جمع و تفاضل، حاصل ضرب دو عدد را به دست آورید. حداقل دو راه حل متفاوت پیدا کنید.
راهنمایی:

$$(a-1) + (b-1) + (a-1)(b-1) = ab-1$$

۷. فرض کنید یک دکمه روی ماشین حساب دارید با نام **S** که با دادن عدد طبیعی n ، در خروجی مجموع عددهای طبیعی از ۱ تا n را محاسبه می‌کند و نمایش می‌دهد؛ مثلاً:

$$10 \rightarrow S \rightarrow 55$$

در واقع $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$.

۷-۱. حالا می‌خواهیم به کمک این دکمه و دکمه‌های دیگر، روشی برای محاسبه مجموع تمام عددهای طبیعی از m تا n ، یعنی حاصل $m + (m+1) + \dots + n$ را پیدا کنیم. چه روشی پیشنهاد می‌کنید؟

۷-۲. علی می‌خواهد مجموع تمام عددهای طبیعی زوج از ۲ تا ۱۰۰ را به کمک این ماشین حساب محاسبه کند. راهی وجود دارد؟

